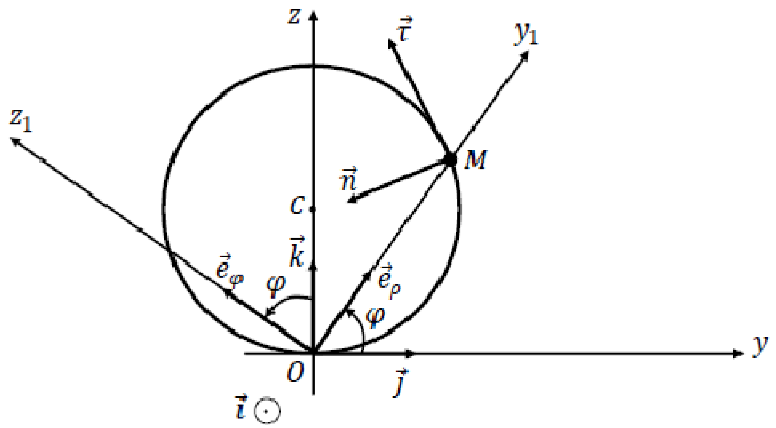
Série 3 :

Exercice 1 :

Soient $\Re(O, x, y, z)$ un référentiel absolu supposé galiléen muni de la base orthonormée directe $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, et $\Re 1$ $(O, x1, y1, z1)$ un référentiel relatif muni de la base orthonormée directe $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \vec{\imath})$. Au cours du temps, les axes (Ox) et $(Ox1)$ restent colinéaires. Dans le plan vertical (yOz), une tige circulaire de centre C et de rayon a est maintenue fixe. Un anneau M de masse m glisse sans frottement sur la tige circulaire. Il est repéré par $\overrightarrow{OM} = 2a\sin\varphi\ \overrightarrow{e_\rho}$ où $\varphi = (\vec{\jmath}, \overrightarrow{OM})$. On désigne par $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{\imath})$ la base de Frénet comme l'indique la figure ($\vec{n}$ est le vecteur dirigé vers le centre de cercle).



N.B : Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \vec{\imath})$.

1) Vérifier que la vitesse de rotation de $\Re 1$ par rapport à $\Re$ est donnée par $\vec{\Omega}\ (\Re 1/\Re) = \dot{\varphi}\vec{\imath}$

2) a) Calculer $\overrightarrow{Vr}\ (M)$ et $\overrightarrow{Va}\ (M)$ respectivement les vitesses relative et absolue de M.

b) En déduire $\vec{\tau}$ le vecteur tangent à la trajectoire.

c) Déterminer $\vec{n}$ le vecteur normal à la trajectoire.

3) Déterminer $\overrightarrow{\gamma r}\ (M)$ l'accélération relative de M.

4) Déterminer $\overrightarrow{\gamma e}\ (M)$ l'accélération d'entrainement de M.

5) Déterminer $\gamma c\ (M)$ l'accélération de Coriolis de M.

6) En déduire $\gamma a\ (M)$ l'accélération absolue de M.

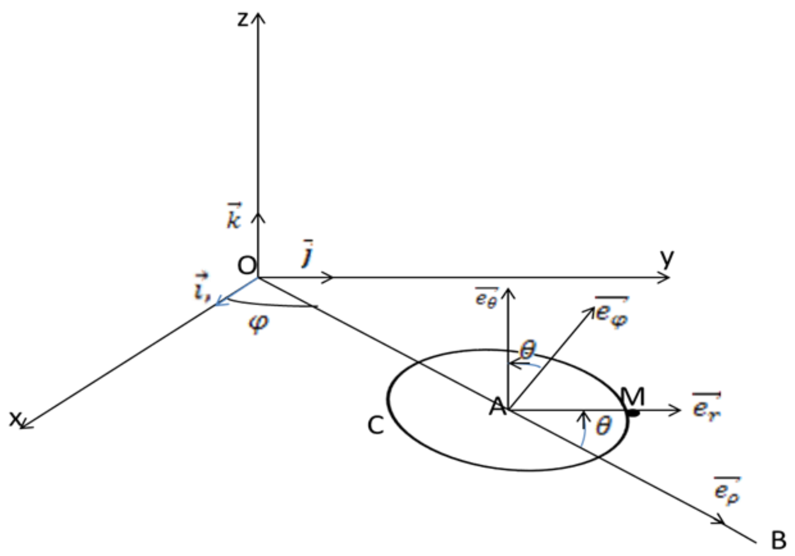
Exercice 2 :

Soit R_0 $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ le repère absolu, supposé galiléen défini à partir du système d'axe (O, x, y, z). une barre OB tourne dans le plan (O, x, y) autour de l'axe oz avec une vitesse angulaire constante $\dot{\varphi} = \omega$. Soit un point A, en mouvement sur cette barre tel que $\overrightarrow{OA} = \rho\overrightarrow{e_\rho}$. ρ est une fonction du temps et $\overrightarrow{e_\rho}$ un vecteur unitaire de $\overrightarrow{OA}$. On lui associe le repère relatif R1 $(A, \overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \vec{k})$. $\overrightarrow{e_\varphi}$ est un vecteur unitaire perpendiculaire à $\overrightarrow{e_\rho}$.

On considère un point matériel M qui décrit un cercle C de centre A, de rayon a et de diamètre la barre OB. Le point M est repéré par l'angle $\theta = (\widehat{\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_r}})$ avec $\overrightarrow{e_r}$ le vecteur unitaire de $\overrightarrow{AM}$. On associe au cercle C le repère direct R2 $(A, \overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \vec{k})$. On suppose que :

- $\theta = \varphi = \omega t$,
- $\|\overrightarrow{AM}\| = a$ rayon du cercle
- $\rho = a(2 + sin\theta)$

<u>Tous les résultats doivent être exprimés dans la base du repère relatif R1 $(A, \overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \vec{k})$.</u>



1) Donner les expressions relativement du vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(R_2/R_1)$ et du vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(R_1/R_0)$. En déduire le du vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(R_2/R_0)$.

2) Déterminer les vecteurs vitesses relatives $\overrightarrow{V_r}(M)$, d'entrainement $\overrightarrow{V_e}(M)$. En déduire la vitesse absolue $\overrightarrow{V_a}(M)$.

3) Déterminer les vecteurs accélérations relatives $\overrightarrow{\gamma_r}(M)$, d'entrainement $\overrightarrow{\gamma_e}(M)$ et de Coriolis $\overrightarrow{\gamma_c}(M)$. En déduire l'accélérations absolue $\overrightarrow{\gamma_a}(M)$.